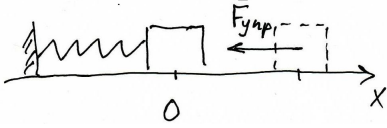


Раздел III. Колебания и волны.

Глава 1. Свободные гармонические колебания.

1. Колебательные системы.

а) Грузик на пружинке

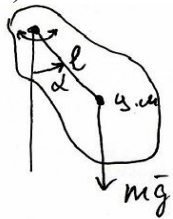


$$\text{ох: } m\ddot{x} = -kx$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

б) Физический маятник

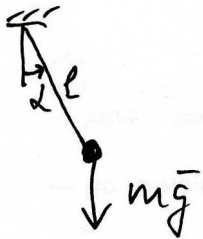


$$I\ddot{\alpha} = -mgl \sin \alpha = -mgl \alpha$$

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0 \quad \alpha \ll 1 \text{ рад}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$$

в) Математический маятник

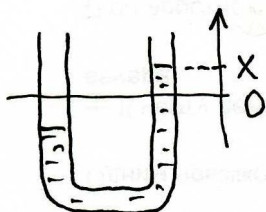


$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{ml^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

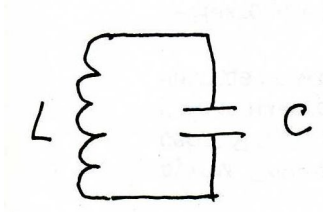
г)



$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad L - \text{длина водяной «колбаски»}$$

д) Электрический колебательный контур



$$U_c = \varepsilon_{\text{самоинд}}$$

$$\frac{Q}{C} = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2 Q}{dt^2}$$

$$\ddot{Q} + \omega_0^2 Q = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

2. Свободные гармонические колебания.

а) Общие закономерности.

- Колебания происходят вблизи положения устойчивого равновесия;
- Отсутствие затухания;
- Энергия колебательных систем состоит из двух видов. Кинетическая и потенциальная для механических систем. Например, в случае грузика на пружинке

$$W = \frac{mV^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

Электрическая и магнитная в случае электрического колебательного контура

$$W = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}$$

В ходе колебаний происходит превращение одного вида энергии в другой и обратно. В отсутствие затухания энергия сохраняется.

- С точки зрения математики все системы описываются одним и тем же дифференциальным уравнением:

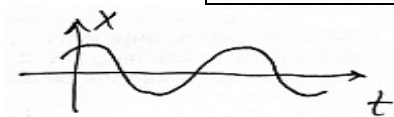
$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

x - отклонение колебательной системы от положения устойчивого равновесия.

ω_0 - собственная частота колебательной системы.

б) Решение дифференциального уравнения

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$



A-амплитуда колебаний

$\phi(t) = \omega_0 t + \varphi_0$ -фаза колебания

φ_0 -начальная фаза

Период колебаний – время, за которое фаза колебаний меняется на 2π :

$$\phi(t+T) = \phi(t) + 2\pi$$

$\Downarrow$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad [c]$$

Частота колебаний – количество колебаний за единицу времени:

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} \quad \left[\frac{1}{c} = \text{Гц} \right] \Rightarrow$$

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 \quad \left[\frac{\text{рад}}{c} \right]$$

3. Задача на начальные условия.

Амплитуда колебаний A и начальная фаза φ_0 определяются начальными условиями:

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \Rightarrow \\ V(0) = V_0 \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} A \cos \varphi_0 = x_0 \\ -A \omega_0 \sin \varphi_0 = V_0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} A \cos \varphi_0 = x_0 & (1) \\ A \sin \varphi_0 = -\frac{V_0}{\omega_0} & (2) \end{cases}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega_0} \right)^2}$$

$(1)^2 + (2)^2$

$$\varphi_0 = \arctg \left(-\frac{V_0}{\omega_0 x_0} \right)$$

(2)

(1)

Вопросы.

1. Рассмотреть один из примеров колебательных систем (по выбору экзаменатора).

2. Общие закономерности свободных гармонических колебаний.
3. Дифференциальное уравнение и его решение для свободных гармонических колебаний в общем виде.
4. Что такое амплитуда, фаза, период и частота колебаний?